

初三数学必胜卷 (1)

一、选择题 (本题有 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

题号	1	2	3	4	5	6
答案	C	C	A	C	D	B

二、填空题 (本题有 12 小题, 每小题 4 分, 共 48 分)

7. $\frac{2}{5}$

8. ± 1

9. $3(x+3)(x-3)$

10. 0.3

11. 32

12. 3

13. 7

14. 0.45

15. \overrightarrow{AC}

16. 4.9 米

17. $\sqrt{a^2+b^2}$

18. $x+y \geq 2\sqrt{xy}$, 或 $(x+y)^2 \geq 4xy$, 或 $x^2+y^2 \geq 2xy$, 或

$\sqrt{xy} \leq \frac{x+y}{2}$ 等

三、解答题 (本题有 7 小题, 第 19、20、21、22 题每题 10 分, 第 23、24 题每题 12 分, 第 25 题 14 分, 共 78 分)

19. (1) 画图正确 (如图).

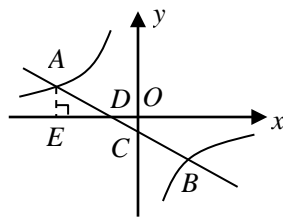
(2) $\triangle AOB$ 所扫过的面积是:

$$S = S_{\text{扇形} DOB} + S_{\triangle AOB} = \frac{90}{360} \pi \times 4^2 + 4 = 4\pi + 4.$$

20. 解: (1) 把 $x = -3$, $y = 1$ 代入 $y = \frac{m}{x}$, 得: $m = -3$. \therefore 反比例函数的解析式为 $y = -\frac{3}{x}$.把 $x = 2$, $y = n$ 代入 $y = -\frac{3}{x}$ 得 $n = -\frac{3}{2}$.把 $x = -3$, $y = 1$; $x = 2$, $y = -\frac{3}{2}$ 分别代入

$$y = kx + b \text{ 得 } \begin{cases} -3k + b = 1 \\ 2k + b = -\frac{3}{2} \end{cases},$$

$$\text{解得 } \begin{cases} k = -\frac{1}{2} \\ b = -\frac{1}{2} \end{cases},$$

 \therefore 一次函数的解析式为 $y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$.(2) 过点 A 作 $AE \perp x$ 轴于点 E. \therefore A 点的纵坐标为 1, $\therefore AE = 1$.

(第 19 题)

由一次函数的解析式为 $y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$ 得 C 点的坐标为 $\left(0, -\frac{1}{2}\right)$,

$$\therefore OC = \frac{1}{2}.$$

在 $\text{Rt}\triangle OCD$ 和 $\text{Rt}\triangle EAD$ 中, $\angle COD = \angle AED = \text{Rt}\angle$, $\angle CDO = \angle ADE$,

$\therefore \text{Rt}\triangle OCD \sim \text{Rt}\triangle EAD$.

$$\therefore \frac{AD}{CD} = \frac{AE}{CO} = 2.$$

21. 解: (1) ① $kx + b = 0$; ② $\begin{cases} y = kx + b \\ y = k_1x + b_1 \end{cases}$; ③ $kx + b > 0$; ④ $kx + b < 0$.

(2) $x \leq 1$.

22. 解: 设 $DF = x$ 米.

$\therefore \angle CDF = 45^\circ$, $\angle CFD = 90^\circ$,

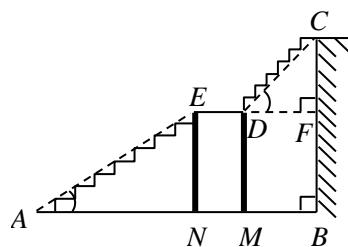
$\therefore CF = DF = x$ 米,

$\therefore BF = BC - CF = (6 - x)$ 米,

$\therefore EN = DM = BF = (6 - x)$ 米,

$\therefore AB = 9$ 米, $DE = 2$ 米, $DF = x$ 米,

$\therefore AN = AB - MN - BM = (7 - x)$ 米,



(第 21 题)

在 $\triangle AEN$ 中, $\angle ANE = 90^\circ$, $\angle EAN = 30^\circ$,

$\therefore EN = AN \cdot \tan 30^\circ$,

$$\text{即 } 6 - x = \frac{\sqrt{3}}{3}(7 - x).$$

解这个方程得: $x = \frac{18 - 7\sqrt{3}}{3 - \sqrt{3}} \approx 4.6$.

答: 支柱 DM 距 BC 的水平距离约为 4.6 米.

23. (1) ① $=$; $=$;

② 所填的条件是: $\angle \alpha + \angle BCA = 180^\circ$.

证明: 在 $\triangle BCE$ 中, $\angle CBE + \angle BCE = 180^\circ - \angle BEC = 180^\circ - \angle \alpha$.

$\therefore \angle BCA = 180^\circ - \angle \alpha$, $\therefore \angle CBE + \angle BCE = \angle BCA$.

又 $\therefore \angle ACF + \angle BCE = \angle BCA$, $\therefore \angle CBE = \angle ACF$.

又 $\because BC = CA$, $\angle BEC = \angle CFA$,

$\therefore \triangle BCE \cong \triangle CAF (AAS)$.

$\therefore BE = CF$, $CE = AF$.

又 $\because EF = CF - CE$, $\therefore EF = |BE - AF|$.

(2) $EF = BE + AF$.

24. 解: (1) 由点 A 的坐标为 $(3, 3)$, 正方形 $ABCD$ 的边长为 1.

得点 B 的坐标为 $(2, 3)$, 点 C 的坐标为 $(2, 4)$, —— (1 分)

令直线 ON 的表达式为 $y = kx$, —— (1 分)

则 $4 = 2k$, 解得 $k = 2$, —— (1 分)

所以直线 ON 的表达式为 $y = 2x$. —— (1 分)

(2) 由点 C_1 的横坐标为 4, 且在直线 ON 上,

所以 C_1 的坐标为 $(4, 8)$, 令正方形 $A_1B_1C_1D_1$ 的边长为 l , (1 分)

则 B_1 的坐标为 $(4, 8 - l)$, A_1 的坐标为 $(4 + l, 8 - l)$, — (1 分)

由点 A 的坐标为 $(3, 3)$, 易知直线 OM 的表达式为 $y = x$,

又点 A_1 在直线 OM 上, 则 $4 + l = 8 - l$, —— (1 分)

解得 $l = 2$, 即正方形 $A_1B_1C_1D_1$ 的边长为 2. —— (1 分)

(3) B . —— (4 分)

25. 解: (1) 如图, \because 四边形 $ABCD$ 是矩形, $\therefore AB = CD$, $AD = BC$.

又 $AB = 9$, $AD = 3\sqrt{3}$, $\angle C = 90^\circ$,

$\therefore CD = 9$, $BC = 3\sqrt{3}$.

$\therefore \tan \angle CDB = \frac{BC}{CD} = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $\therefore \angle CDB = 30^\circ$.

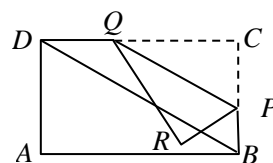
$\because PQ \parallel BD$, $\therefore \angle CQP = \angle CDB = 30^\circ$.

(2) 如图 1, 由轴对称的性质可知, $\triangle RPQ \cong \triangle CPQ$,

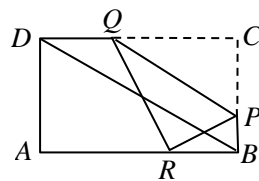
$\therefore \angle RPQ = \angle CPQ$, $RP = CP$.

由 (1) 知 $\angle CQP = 30^\circ$, $\therefore \angle RPQ = \angle CPQ = 60^\circ$,

$\therefore \angle RPB = 60^\circ$, $\therefore RP = 2BP$.



(第 25 题)



(图 1)

$$\because CP = x, \therefore PR = x, PB = 3\sqrt{3} - x.$$

在 $\triangle RPB$ 中, 根据题意得: $2(3\sqrt{3} - x) = x$,

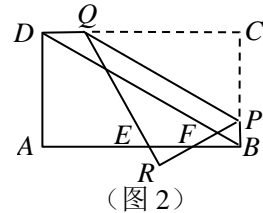
解这个方程得: $x = 2\sqrt{3}$.

(3) ①当点 R 在矩形 $ABCD$ 的内部或 AB 边上时,

$$0 < x \leq 2\sqrt{3}, S_{\triangle CPQ} = \frac{1}{2} \times CP \times CQ = \frac{1}{2} x \cdot \sqrt{3}x = \frac{\sqrt{3}}{2} x^2,$$

$$\because \triangle RPQ \cong \triangle CPQ, \therefore \text{当 } 0 < x \leq 2\sqrt{3} \text{ 时, } y = \frac{\sqrt{3}}{2} x^2$$

当 R 在矩形 $ABCD$ 的外部时 (如图 2), $2\sqrt{3} < x < 3\sqrt{3}$,



在 $\text{Rt}\triangle PFB$ 中, $\because \angle RPB = 60^\circ$,

$$\therefore PF = 2BP = 2(3\sqrt{3} - x),$$

$$\text{又} \because RP = CP = x, \therefore RF = RP - PF = 3x - 6\sqrt{3},$$

在 $\text{Rt}\triangle ERF$ 中,

$$\because \angle EFR = \angle PFB = 30^\circ, \therefore ER = \sqrt{3}x - 6.$$

$$\therefore S_{\triangle ERF} = \frac{1}{2} ER \times FR = \frac{3\sqrt{3}}{2} x^2 - 18x + 18\sqrt{3},$$

$$\because y = S_{\triangle RPQ} - S_{\triangle ERF},$$

$$\therefore \text{当 } 2\sqrt{3} < x < 3\sqrt{3} \text{ 时, } y = -\sqrt{3}x^2 + 18x - 18\sqrt{3}.$$

$$\text{综上所述, } y \text{ 与 } x \text{ 之间的函数解析式是: } y = \begin{cases} \frac{\sqrt{3}}{2} x^2 (0 < x \leq 2\sqrt{3}) \\ -\sqrt{3} x^2 + 18x - 18\sqrt{3} (2\sqrt{3} < x < 3\sqrt{3}) \end{cases}.$$

②矩形面积 $= 9 \times 3\sqrt{3} = 27\sqrt{3}$, 当 $0 < x \leq 2\sqrt{3}$ 时, 函数 $y = \frac{\sqrt{3}}{2} x^2$ 随自变量的增大而增

大, 所以 y 的最大值是 $6\sqrt{3}$, 而矩形面积的 $\frac{7}{27}$ 的值 $= \frac{7}{27} \times 27\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$,

而 $7\sqrt{3} > 6\sqrt{3}$, 所以, 当 $0 < x < 2\sqrt{3}$ 时, y 的值不可能是矩形面积的 $\frac{7}{27}$;

当 $2\sqrt{3} < x < 3\sqrt{3}$ 时, 根据题意, 得:

$-\sqrt{3}x^2 + 18x - 18\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$ ，解这个方程，得 $x = 3\sqrt{3} \pm \sqrt{2}$ ，因为 $3\sqrt{3} + \sqrt{2} > 3\sqrt{3}$ ，

所以 $x = 3\sqrt{3} + \sqrt{2}$ 不合题意，舍去。

所以 $x = 3\sqrt{3} - \sqrt{2}$ 。

综上所述，当 $x = 3\sqrt{3} - \sqrt{2}$ 时， $\triangle PQR$ 与矩形 $ABCD$ 重叠部分的面积等于矩形面积的 $\frac{7}{27}$

初三数学必胜卷 (2)

一、选择题: 1. C; 2. B; 3. D; 4. C. 5. B 6. D

二、填空题:

7. $x \neq 3$, 8. 1.5×10^7 , 9. 3, 10. 17 11. $10 \times 9 + 10 = 10^2$, 12. 60, 13. (4, 6),14. $x_1 = -3, x_2 = 1$, 15. 正五边形, 16. $100 \sin \alpha$, 17. 15π , 18. 32 或 80

三、简答题:

$$19. \text{解: 原式} = \frac{x-1}{x} \times \frac{x}{(x-1)^2}$$

$$= \frac{1}{x-1}.$$

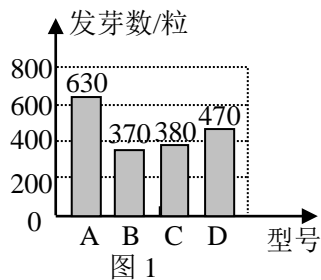
$$\text{当 } x = -2 \text{ 时, 原式} = -\frac{1}{3}.$$

20. 解: (1) 500;

(2) 如图 1;

(3) \because A 型号发芽率为 90%, B 型号发芽率为 92.5%, D 型号发芽率为 94%, C 型号发芽率为 95%. \therefore 应选 C 型号的种子进行推广.

$$(4) P(\text{取到B型号发芽种子}) = \frac{370}{630+370+380+470} = \frac{1}{5}.$$



21. 用列表法表示所有得到的数字之和

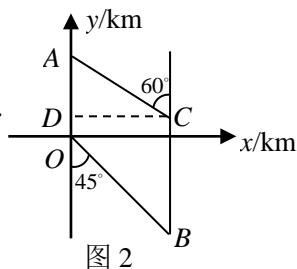
和 \ 甲	2	4	6
乙			
1	3	5	7
3	5	7	9
5	7	9	11

或: 开始

2	1 (3)
	3 (5)
	5 (7)
4	1 (5)
	3 (7)
	5 (9)
6	1 (7)
	3 (9)
	5 (11)

由上表可知: 两数之和的情况共有 9 种,

$$\text{所以 } P_{(\text{数字之和为7})} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}, P_{(\text{数字之和为9})} = \frac{2}{9}$$

答: 这个同学表演唱歌节目的概率是 $\frac{1}{3}$, 表演讲故事节目的概率是 $\frac{2}{9}$.22. 解: (1) $B(100\sqrt{3}, -100\sqrt{3})$, $C(100\sqrt{3}, 200-100\sqrt{3})$;(2) 过点 C 作 $CD \perp OA$ 于点 D, 如图 2, 则 $CD = 100\sqrt{3}$.

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, $\angle ACD = 30^\circ$, $CD = 100\sqrt{3}$,

$$\therefore \frac{CD}{CA} = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}. \therefore CA = 200.$$

$$\therefore \frac{200-20}{30} = 6, 5+6=11,$$

\therefore 台风从生成到最初侵袭该城要经过 11 小时.

23. (1) 证法一:

- ① \because 四边形 $ABCD$ 是正方形, AC 为对角线,
 $\therefore BC=DC$, $\angle BCP=\angle DCP=45^\circ$ (1 分)
 $\because PC=PC$,
 $\therefore \triangle PBC \cong \triangle PDC$ (SAS). (2 分)
 $\therefore PB=PD$, $\angle PBC=\angle PDC$ (3 分)
 又 $\because PB=PE$,
 $\therefore PE=PD$ (4 分)

- ② (i) 当点 E 在线段 BC 上 (E 与 B 、 C 不重合) 时,
 $\because PB=PE$,
 $\therefore \angle PBE=\angle PEB$,
 $\therefore \angle PEB=\angle PDC$,
 $\therefore \angle PEB+\angle PEC=\angle PDC+\angle PEC=180^\circ$,
 $\therefore \angle DPE=360^\circ-(\angle BCD+\angle PDC+\angle PEC)=90^\circ$,
 $\therefore PE \perp PD$ (6 分)

(ii) 当点 E 与点 C 重合时, 点 P 恰好在 AC 中点处, 此时, $PE \perp PD$.

(iii) 当点 E 在 BC 的延长线上时, 如图.

- $\because \angle PEC=\angle PDC$, $\angle 1=\angle 2$,
 $\therefore \angle DPE=\angle DCE=90^\circ$,
 $\therefore PE \perp PD$.

综合 (i) (ii) (iii), $PE \perp PD$ (7 分)

(2) ① 过点 P 作 $PF \perp BC$, 垂足为 F , 则 $BF=FE$.

$$\because AP=x, AC=\sqrt{2},$$

$$\therefore PC=\sqrt{2}-x, PF=FC=\frac{\sqrt{2}}{2}(\sqrt{2}-x)=1-\frac{\sqrt{2}}{2}x.$$

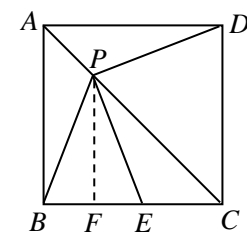
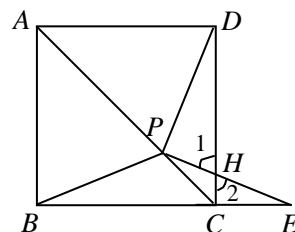
$$BF=FE=1-FC=1-(1-\frac{\sqrt{2}}{2}x)=\frac{\sqrt{2}}{2}x.$$

$$\therefore S_{\triangle PBE}=BF \cdot PF=\frac{\sqrt{2}}{2}x(1-\frac{\sqrt{2}}{2}x)=-\frac{1}{2}x^2+\frac{\sqrt{2}}{2}x. \quad \text{..... (9 分)}$$

$$\text{即 } y=-\frac{1}{2}x^2+\frac{\sqrt{2}}{2}x \quad (0 < x < \sqrt{2}). \quad \text{..... (10 分)}$$

$$\text{② } y=-\frac{1}{2}x^2+\frac{\sqrt{2}}{2}x=-\frac{1}{2}(x-\frac{\sqrt{2}}{2})^2+\frac{1}{4}. \quad \text{..... (11 分)}$$

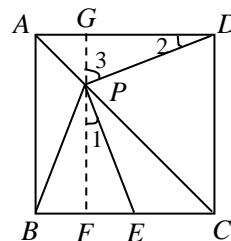
$$\therefore a=-\frac{1}{2} < 0,$$



$$\therefore \text{当 } x = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ 时, } y_{\text{最大值}} = \frac{1}{4}. \quad \dots\dots\dots (12 \text{ 分})$$

(1) 证法二: ① 过点 P 作 $GF \parallel AB$, 分别交 AD 、 BC 于 G 、 F . 如图所示.

\therefore 四边形 $ABCD$ 是正方形,
 \therefore 四边形 $ABFG$ 和四边形 $GFCD$ 都是矩形,
 $\triangle AGP$ 和 $\triangle PFC$ 都是等腰直角三角形.
 $\therefore GD = FC = FP$, $GP = AG = BF$, $\angle PGD = \angle PFE = 90^\circ$.



又 $\because PB = PE$,

$\therefore BF = FE$,

$\therefore GP = FE$,

$\therefore \triangle EFP \cong \triangle PGD$ (SAS).

$\dots\dots\dots (3 \text{ 分})$

$\therefore PE = PD$.

$\dots\dots\dots (4 \text{ 分})$

② $\therefore \angle 1 = \angle 2$.

$\therefore \angle 1 + \angle 3 = \angle 2 + \angle 3 = 90^\circ$.

$\therefore \angle DPE = 90^\circ$.

$\therefore PE \perp PD$.

$\dots\dots\dots (7 \text{ 分})$

(2) ① $\because AP = x$,

$$\therefore BF = PG = \frac{\sqrt{2}}{2}x, \quad PF = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}x. \quad \dots\dots\dots (8 \text{ 分})$$

$$\therefore S_{\triangle PBE} = BF \cdot PF = \frac{\sqrt{2}}{2}x \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}x\right) = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{\sqrt{2}}{2}x. \quad \dots\dots\dots (9 \text{ 分})$$

$$\text{即 } y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{\sqrt{2}}{2}x \quad (0 < x < \sqrt{2}). \quad \dots\dots\dots (10 \text{ 分})$$

$$\text{② } y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{\sqrt{2}}{2}x = -\frac{1}{2}\left(x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}. \quad \dots\dots\dots (11 \text{ 分})$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2} < 0,$$

$$\therefore \text{当 } x = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ 时, } y_{\text{最大值}} = \frac{1}{4}. \quad \dots\dots\dots (12 \text{ 分})$$

(注: 用其它方法求解参照以上标准给分.)

24. (1) 解法一: 设抛物线的解析式为 $y = a(x+3)(x-4)$

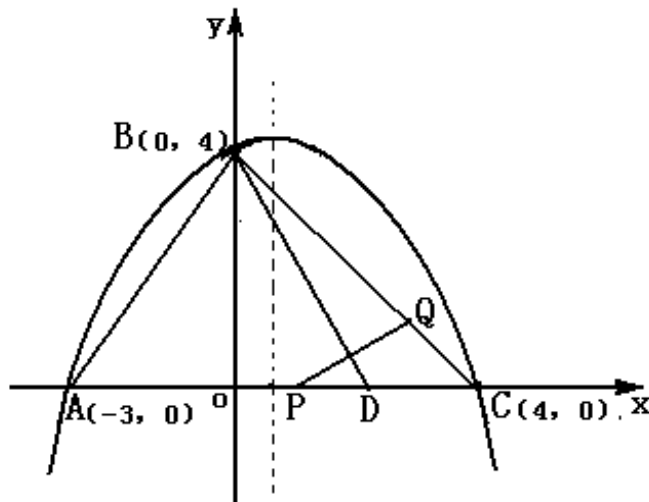
因为 $B(0, 4)$ 在抛物线上, 所以 $4 = a(0+3)(0-4)$ 解得 $a = -1/3$

$$\text{所以抛物线解析式为 } y = -\frac{1}{3}(x+3)(x-4) = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}x + 4$$

解法二: 设抛物线的解析式为 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$),

$$\text{依题意得: } c=4 \text{ 且 } \begin{cases} 9a-3b+4=0 \\ 16a+4b+4=0 \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} a=-\frac{1}{3} \\ b=\frac{1}{3} \end{cases}$$

所以 所求的抛物线的解析式为 $y = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}x + 4$



(2) 连接 DQ , 在 $\text{Rt}\triangle AOB$ 中, $AB = \sqrt{AO^2 + BO^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

所以 $AD = AB = 5$, $AC = AD + CD = 3 + 4 = 7$, $CD = AC - AD = 7 - 5 = 2$

因为 BD 垂直平分 PQ , 所以 $PD = QD$, $PQ \perp BD$, 所以 $\angle PDB = \angle QDB$

因为 $AD = AB$, 所以 $\angle ABD = \angle ADB$, $\angle ABD = \angle QDB$, 所以 $DQ \parallel AB$

所以 $\angle CQD = \angle CBA$, $\angle CDQ = \angle CAB$, 所以 $\triangle CDQ \sim \triangle CAB$

$$\frac{DQ}{AB} = \frac{CD}{CA} \quad \text{即} \quad \frac{DQ}{5} = \frac{2}{7}, \quad DQ = \frac{10}{7}$$

$$\text{所以 } AP = AD - DP = AD - DQ = 5 - \frac{10}{7} = \frac{25}{7}, \quad t = \frac{25}{7} \div 1 = \frac{25}{7}$$

所以 t 的值是 $\frac{25}{7}$

(3) 答对称轴上存在一点 M , 使 $MQ + MC$ 的值最小

理由: 因为抛物线的对称轴为 $x = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{2}$

所以 $A(-3, 0)$, $C(4, 0)$ 两点关于直线 $x = \frac{1}{2}$ 对称

连接 AQ 交直线 $x = \frac{1}{2}$ 于点 M , 则 $MQ + MC$ 的值最小

过点 Q 作 $QE \perp x$ 轴, 于 E , 所以 $\angle QED = \angle BOA = 90^\circ$

$DQ \parallel AB$, $\angle BAO = \angle QDE$, $\triangle DQE \sim \triangle ABO$

$$\frac{QE}{BO} = \frac{DQ}{AB} = \frac{DE}{AO} \quad \text{即} \quad \frac{QE}{4} = \frac{\frac{10}{7}}{5} = \frac{DE}{3}$$

所以 $QE = \frac{8}{7}$, $DE = \frac{6}{7}$, 所以 $OE = OD + DE = 2 + \frac{6}{7} = \frac{20}{7}$, 所以 $Q(\frac{20}{7}, \frac{8}{7})$

设直线 AQ 的解析式为 $y = kx + m$ ($k \neq 0$)

$$\text{则} \begin{cases} \frac{20}{7}k + m = \frac{8}{7} \\ -3k + m = 0 \end{cases} \text{ 由此得 } \begin{cases} k = \frac{8}{41} \\ m = \frac{24}{41} \end{cases}$$

$$\text{所以直线 } AQ \text{ 的解析式为 } y = \frac{8}{41}x + \frac{24}{41} \quad \text{联立} \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{8}{41}x + \frac{24}{41} \end{cases}$$

$$\text{由此得} \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{8}{41}x + \frac{24}{41} \end{cases} \quad \text{所以 } M\left(\frac{1}{2}, \frac{28}{41}\right)$$

则：在对称轴上存在点 $M\left(\frac{1}{2}, \frac{28}{41}\right)$ ，使 $MQ + MC$ 的值最小。

解：(1) 25.

(2) 能.

如图 5，连结 DF ，过点 F 作 $FH \perp AB$ 于点 H ，

由四边形 $CDEF$ 为矩形，可知 QK 过 DF 的中点 O 时，

QK 把矩形 $CDEF$ 分为面积相等的两部分

(注：可利用全等三角形借助割补法或用中心对称等方法说明)，

此时 $QH = OF = 12.5$ ．由 $BF = 20$ ， $\triangle HBF \sim \triangle CBA$ ，得 $HB = 16$ ．

$$\text{故 } t = \frac{12.5 + 16}{4} = 7\frac{1}{8}.$$

(3) ①当点 P 在 EF 上 ($2\frac{6}{7} \leq t \leq 5$) 时，如图 6.

$$QB = 4t, \quad DE + EP = 7t,$$

$$\text{由 } \triangle PQE \sim \triangle BCA, \text{ 得 } \frac{7t - 20}{50} = \frac{25 - 4t}{30}.$$

$$\therefore t = 4\frac{21}{41}.$$

②当点 P 在 FC 上 ($5 \leq t \leq 7\frac{6}{7}$) 时，如图 7.

已知 $QB = 4t$ ，从而 $PB = 5t$ ，

由 $PF = 7t - 35$ ， $BF = 20$ ，得 $5t = 7t - 35 + 20$ ．

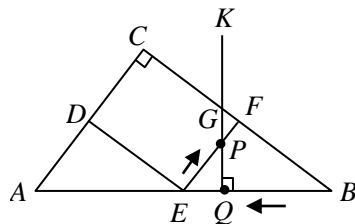


图 6

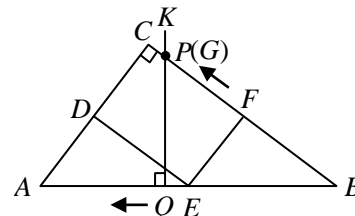


图 7

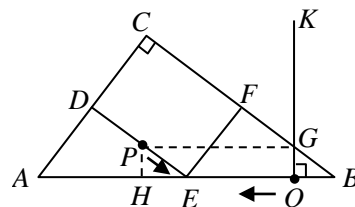


图 8



初三数学必胜卷 (3)

一、选择题: (每题 4 分, 满分 24 分)

1、 D 2、 D 3、 A 4、 A 5、 B 6、 B

二、填空题: (每题 4 分, 满分 48 分)

7、 $\frac{1}{4}$ 8、 2.012×10^{-4} 9、 $b(a+2)(a-2)$ 10、 $x=3$ 11、 7 12、 (1, 0)13、 $\frac{1}{3}$ 14、 $0.6a$ 15、 $\vec{b} - \vec{a}$ 16、 $4:9$ 17、 相切 18、 12

三、解答题:

19、解: 原式 $= 2\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{1}{3} + 1 - (\sqrt{3} - 1) - \frac{\sqrt{3}}{3}$ 6 分

$$= \sqrt{3} + \frac{5}{3}$$

. 4 分

20、解: $(x-1)^2 + 5(x+1) = 4$ 3 分 $x^2 + 3x + 2 = 0$ 2 分

$$x_1 = -1 \quad x_2 = -2$$
 4 分

经检验: $x_1 = -1$ 是增根 $x_2 = -2$ 是原方程的根 1 分 \therefore 原方程的根是 $x_2 = -2$ 21、解: (1) 过点 C 作 $CD \perp AB$ 于点 D 1 分由题意知 $\angle A = 30^\circ$, $AC = 80$ 1 分

$$\text{在 Rt} \triangle ACD \text{ 中, } CD = \frac{1}{2} AC = 40$$
 3 分

(2) 由题意知 $\angle B = 45^\circ$, 在 $\text{Rt} \triangle BCD$ 中 $BD = CD = 40$ 1 分

$$AD = \sqrt{80^2 - 40^2} = 40\sqrt{3} \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\therefore AB = 40\sqrt{3} + 40 \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\therefore t = \frac{40\sqrt{3} + 40}{20} = 2\sqrt{3} + 2 \approx 5.5 \text{ 小时} \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

答：灯塔 C 到航线 AB 的距离为 40 海里，海轮从 A 到 B 所用的时间为 5.5 小时.

22、(1) 64...2 分 (2) 75%2 分 (3) C.....3 分 (4) 50...3 分

23、证明：(1) $\because BC=CD$, $\therefore \angle CDB=\angle CBD$1 分

$\because AD \parallel BC$, $\therefore \angle ADB=\angle CBD$. $\therefore \angle ADB=\angle CDB$1 分

又 $\because AB \perp AD$, $BE \perp CD$, $\therefore \angle BAD=\angle BED=90^\circ$1 分

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle EBD$ 中, $\because \angle ADB=\angle CBD$, $\angle BAD=\angle BED$, $BD=BD$,

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle EBD$2 分

$\therefore AD=ED$1 分

(2) $\because AF \parallel CD$, $\therefore \angle AFD=\angle EDF$1 分

$\therefore \angle AFD=\angle ADF$, 即得 $AF=AD$1 分

又 $\because AD=ED$, $\therefore AF=DE$1 分

于是, 由 $AF \parallel DE$, $AF=DE$1 分

得四边形 ADEF 是平行四边形.....2 分

又 $\because AD=ED$ \therefore 四边形 ADEF 是菱形.....1 分

24、解：把 $A(-1, m)$, $B(n, n)$ 代入解析式, 解得: $m=1$, $n=2$,2 分

所以 $A(-1, 1)$, $B(2, 2)$ 2 分

(2) ① $C(1, 3)$ 、 $(-3, -1)$ 、 $(3, 1)$3 分

② 能.....1 分

$$y = \frac{2}{3}x^2 + x + \frac{4}{3}; \quad y = \frac{2}{3}x^2 + \frac{11}{3}x + 4; \quad y = \frac{2}{3}x^2 - \frac{4}{3}x - 1$$

三种情况写对一个既得 4 分

25、解：(1)过点 D 作 $DG \perp AB$ 于点 G.....1 分

$\because \angle AED = \angle A, \therefore DA = DE, \therefore AE = 2AG$1 分

在 $Rt\triangle ADG$ 中, $AD = x, \cos A = \frac{AG}{x} = \frac{3}{5}, \therefore AG = \frac{3}{5}x$2 分

$\therefore AE = \frac{6}{5}x$ 1 分

(2)过点 E 作 $EH \parallel AC$ 交 FC 于点 H.....1 分

则 $\frac{FE}{FD} = \frac{EH}{DC}, \frac{BE}{BA} = \frac{EH}{AC}$ 1 分

$$\therefore \frac{y}{x+y} = \frac{EH}{5-x}, \frac{4-\frac{6}{5}x}{4} = \frac{EH}{5} \quad \therefore \frac{y(5-x)}{x+y} = \frac{5(4-\frac{6}{5}x)}{4} \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$\therefore y$ 关于 x 的函数解析式为 $y = 10 - 3x, (0 < x < \frac{10}{3})$ 2 分

(3) $\because \angle AED = \angle A, \angle AED = \angle BEF, \therefore \angle A = \angle BEF$ 1 分

又 $\because \angle AEC > \angle F, \therefore$ 只有 $\angle AEC = \angle EBF$ 时, $\triangle AEC$ 与 $\triangle BEF$ 相似.....1 分

$$\therefore \frac{y}{5} = \frac{4-\frac{6}{5}x}{\frac{6}{5}x} \quad \text{即} \quad \frac{10-3x}{5} = \frac{4-\frac{6}{5}x}{\frac{6}{5}x} \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

解得: $x_1 = \frac{5}{3}, x_2 = \frac{10}{3}$ (舍去)1 分

\therefore 当 $x = \frac{5}{3}$ 时, $\triangle AEC$ 与 $\triangle BEF$ 相似.

初三数学必胜卷 (4)

一、选择题:

(1) D; (2) C; (3) C; (4) D; (5) B; (6) B.

二、填空题

7. $\sqrt{2}$;

8. 36° ;

9. $\frac{3}{5}, \frac{5}{12}$;

10. $10.2 < x < 511. \frac{1}{2} 12.2\sqrt{3}$

13. 4

14. $90^\circ 15' - \frac{1}{2}$

16. $4(9 \setminus 21 \setminus 33 \setminus 45)$

17. $2:3$

18. $\sqrt{10} \setminus 3\sqrt{10}$

三、解答题:

19. $-1 \leq x < 2$
-1, 0, 1

20. $\frac{2}{5}$ $\frac{3}{5}$

21. 解: (1) 当 $x=0$ 时, $y=1$.所以不论 m 为何值, 函数 $y = mx^2 - 6x + 1$ 的图象经过 y 轴上的一个定点 $(0, 1)$.(2) ① 当 $m=0$ 时, 函数 $y = -6x + 1$ 的图象与 x 轴只有一个交点;② 当 $m \neq 0$ 时, 若函数 $y = mx^2 - 6x + 1$ 的图象与 x 轴只有一个交点, 则方程

$$mx^2 - 6x + 1 = 0 \text{ 有两个相等的实数根, 所以 } (-6)^2 - 4m = 0, m = 9.$$

综上, 若函数 $y = mx^2 - 6x + 1$ 的图象与 x 轴只有一个交点, 则 m 的值为 0 或 9.**【考点】** 一、二次函数, 二次函数与一元二次方程的关系.**【分析】** (1) 由于二次函数的常数项为 1, 故 $x=0$ 时, $y=1$ 得证.(2) 考虑一次函数和二次函数两种情况. $m=0$ 函数为一次函数, 与 x 轴有一个交点. $m \neq 0$ 函数为二次函数, 由函数 $y=f(x)$ 与 x 轴有一个交点的要求, 对应的一元二次方程 $f(x)=0$ 有两个相等的实数根, 即根的判别式等于 0, 从而求解. 也可以考虑二次函数顶点的

纵坐标为 0 求解, 即 $\frac{4 \cdot m \cdot 1 - (-6)^2}{4m} = 0 \Rightarrow m = 9$.

22. 解:(1)3600, 20.

(2)①当 $50 \leq x \leq 80$ 时, 设 y 与 x 的函数关系式为 $y = kx + b$.

根据题意, 当 $x = 50$ 时, $y = 1950$; 当 $x = 80$, $y = 3600$.

$$\text{所以 } \begin{cases} 1950 = 50k + b \\ 3600 = 80k + b \end{cases} \quad \text{解得 } \begin{cases} k = 55 \\ b = -800 \end{cases}$$

所以, y 与 x 的函数关系式为 $y = 55x - 800$.

②缆车到山顶的路线长为 $3600 \div 2 = 1800$ (m),

缆车到达终点所需时间为 $1800 \div 180 = 10$ (min).

小颖到达缆车终点时, 小亮行走的时间为 $10 + 50 = 60$ (min).

把 $x = 60$ 代入 $y = 55x - 800$, 得 $y = 55 \times 60 - 800 = 2500$.

所以, 当小颖到达缆车终点时, 小亮离缆车终点的路程是 $3600 - 2500 = 1100$ (m).

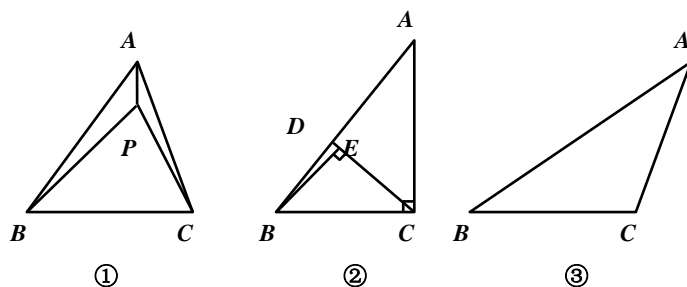
【考点】一次函数。

【分析】(1)看图可知, 小亮行走的总路程是 3600m, 他途中休息了 $50 - 30 = 20$ min.

(2)当 $50 \leq x \leq 80$ 时, 求 y 与 x 的函数关系式, 看图可知, 点 $(50, 1950)$, $(80, 3600)$ 在函数图像上, 坐标满足函数关系式, 用待定系数可求.

由路程, 速度, 时间的关系求出缆车到达终点所需时间, 从而求出小颖到达缆车终点时, 小亮行走的时间, 代入函数关系式即得小亮离缆车终点的路程.

23.



解: (1)在

Rt $\triangle ABC$ 中, \angle

$ACB=90^\circ$, CD 是 AB 上的中线, $\therefore CD=\frac{1}{2}AB$, $\therefore CD=BD$.

$\therefore \angle BCE=\angle ABC$. $\because BE\perp CD$, $\therefore \angle BEC=90^\circ$, $\therefore \angle BEC=\angle ACB$. $\therefore \triangle BCE\sim\triangle ABC$.
 $\therefore E$ 是 $\triangle ABC$ 的自相似点.

(2)①作图略. 作法如下: (i) 在 $\angle ABC$ 内, 作 $\angle CBD=\angle A$; (ii) 在 $\angle ACB$ 内, 作 $\angle BCE=\angle ABC$; BD 交 CE 于点 P . 则 P 为 $\triangle ABC$ 的自相似点.

②连接 PB 、 PC . $\because P$ 为 $\triangle ABC$ 的内心, $\therefore \angle PBC=\frac{1}{2}\angle ABC$, $\angle PCB=\frac{1}{2}\angle ACB$.

$\because P$ 为 $\triangle ABC$ 的自相似点, $\therefore \triangle BCP\sim\triangle ABC$.

$\therefore \angle PBC=\angle A$, $\angle BCP=\angle ABC=2\angle PBC=2\angle A$, $\angle ACB=2\angle BCP=4\angle A$.

$\therefore \angle A+\angle ABC+\angle ACB=180^\circ$. $\therefore \angle A+2\angle A+4\angle A=180^\circ$.

$\therefore \angle A=\frac{180^\circ}{7}$. \therefore 该三角形三个内角的度数分别为 $\frac{180^\circ}{7}$ 、 $\frac{360^\circ}{7}$ 、 $\frac{720^\circ}{7}$.

【考点】直角三角形斜边的一半等于斜边的一半, 等腰三角形, 相似三角形, 尺规作图, 三角形内心, 三角形内角和定理.

【分析】(1)由直角三角形斜边的一半等于斜边的一半知 $\triangle CDB$ 是等腰三角形, 从而得对应角 $\angle BCE=\angle ABC$. 从而由两个都是直角三角形证.

(2)①由相似三角形两个角相等的判定, 分别作出两个角即可得到.

②由三角形内心是角平分线的交点和相似三角形对应角相等的性质推出三个角之间的关系, 再应用三角形内角和定理求解.

24. 【答案】 解:(1)①

x	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3	4
y	$\frac{17}{4}$	$\frac{10}{3}$	$\frac{5}{2}$	2	$\frac{5}{2}$	$\frac{10}{3}$	$\frac{17}{4}$

函数 $y=x+\frac{1}{x}$ ($x>0$) 的图象如图.

②本题答案不唯一, 下列解法供参考.

当 $0<x<1$ 时, y 随 x 增大而减小; 当 $x>1$ 时, y 随 x 增大而增大; 当 $x=1$ 时函数

$y=x+\frac{1}{x}$ ($x>0$) 的最小值为 2.

$$\begin{aligned}\textcircled{3} y &= x + \frac{1}{x} = (\sqrt{x})^2 + \left(\sqrt{\frac{1}{x}}\right)^2 = (\sqrt{x})^2 + \left(\sqrt{\frac{1}{x}}\right)^2 - 2\sqrt{x} \cdot \sqrt{\frac{1}{x}} + 2\sqrt{x} \cdot \sqrt{\frac{1}{x}} \\ &= (\sqrt{x} - \sqrt{\frac{1}{x}})^2 + 2\end{aligned}$$

当 $\sqrt{x} - \sqrt{\frac{1}{x}} = 0$, 即 $x=1$ 时, 函数 $y=x+\frac{1}{x}$ ($x>0$) 的最小值为 2.

$$\begin{aligned}
 (2) \text{仿(1)③ } y &= 2\left(x + \frac{a}{x}\right) = 2\left[(\sqrt{x})^2 + \left(\sqrt{\frac{a}{x}}\right)^2\right] = 2\left[(\sqrt{x})^2 + \left(\sqrt{\frac{a}{x}}\right)^2 - 2\sqrt{x} \cdot \sqrt{\frac{a}{x}} + 2\sqrt{x} \cdot \sqrt{\frac{a}{x}}\right] \\
 &= 2\left(\sqrt{x} - \sqrt{\frac{a}{x}}\right)^2 + 4\sqrt{a}
 \end{aligned}$$

当 $\sqrt{x} - \sqrt{\frac{a}{x}} = 0$, 即 $x = \sqrt{a}$ 时, 函数 $y = 2\left(x + \frac{a}{x}\right) (x > 0)$ 的最小值为 $4\sqrt{a}$.

(2) 当该矩形的长为 \sqrt{a} 时, 它的周长最小, 最小值为 $4\sqrt{a}$.

【考点】 画和分析函数的图象, 配方法求函数的最大(小)值.

【分析】 (1) 将 x 值代入函数关系式求出 y 值, 描点作图即可. 然后分析函数图像.

$$\begin{aligned}
 (2) \text{仿(1)③ } y &= 2\left(x + \frac{a}{x}\right) = 2\left[(\sqrt{x})^2 + \left(\sqrt{\frac{a}{x}}\right)^2\right] \\
 &= 2\left[(\sqrt{x})^2 + \left(\sqrt{\frac{a}{x}}\right)^2 - 2\sqrt{x} \cdot \sqrt{\frac{a}{x}} + 2\sqrt{x} \cdot \sqrt{\frac{a}{x}}\right] = 2\left(\sqrt{x} - \sqrt{\frac{a}{x}}\right)^2 + 4\sqrt{a}
 \end{aligned}$$

所以, 当 $\sqrt{x} - \sqrt{\frac{a}{x}} = 0$, 即 $x = \sqrt{a}$ 时, 函数 $y = 2\left(x + \frac{a}{x}\right) (x > 0)$ 的最小值为 $4\sqrt{a}$.

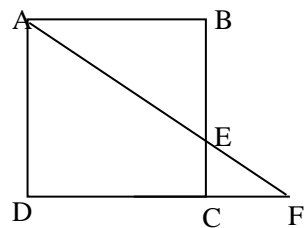
25. (1) 解: $\because AB \parallel DF$

$$\therefore \frac{AB}{CF} = \frac{BE}{CE} \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\because BE = 2CE, AB = 3$$

$$\therefore \frac{3}{CF} = \frac{2CE}{CE} \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\therefore CF = \frac{3}{2} \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$



(2) 若点 E 在线段 BC 上, 如图 1

设直线 AB_1 与 DC 相交于点 M

由题意翻折得: $\angle 1 = \angle 2$

$$\because AB \parallel DF$$

$$\therefore \angle 1 = \angle F$$

$$\therefore \angle 2 = \angle F$$

$$\therefore AM = MF \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

设 $DM = x$, 则 $CM = 3 - x$

$$\text{又 } CF = \frac{3}{2}$$

$$\therefore AM = MF = \frac{9}{2} - x$$

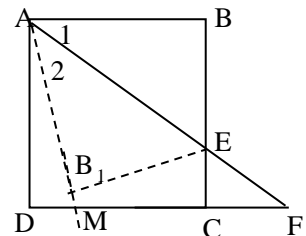


图 1

在 $\text{Rt}\triangle ADM$ 中, $AD^2 + DM^2 = AM^2$

$$\therefore 3^2 + x^2 = \left(\frac{9}{2} - x\right)^2 \quad \therefore x = \frac{5}{4} \cdots \cdots 1 \text{ 分}$$

$$\therefore DM = \frac{5}{4}, \quad AM = \frac{13}{4}$$

$$\therefore \sin \angle DAB_1 = \frac{DM}{AM} = \frac{5}{13} \cdots \cdots 1 \text{ 分}$$

若点 E 在边 BC 的延长线上, 如图 2

设直线 AB_1 与 CD 延长线相交于点 N

同理可得: $AN = NF$

$$\therefore BE = 2CE \quad \therefore BC = CE = AD$$

$$\therefore AD \parallel BE \quad \therefore \frac{AD}{CE} = \frac{DF}{FC} \quad \therefore DF = FC = \frac{3}{2} \cdots \cdots 1 \text{ 分}$$

$$\text{设 } DN = x, \text{ 则 } AN = NF = x + \frac{3}{2}$$

在 $\text{Rt}\triangle ADN$ 中, $AD^2 + DN^2 = AN^2$

$$\therefore 3^2 + x^2 = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 \quad \therefore x = \frac{9}{4} \cdots \cdots 1 \text{ 分}$$

$$\therefore DN = \frac{9}{4}, \quad AN = \frac{15}{4}$$

$$\sin \angle DAB_1 = \frac{DN}{AN} = \frac{3}{5} \cdots \cdots 1 \text{ 分}$$

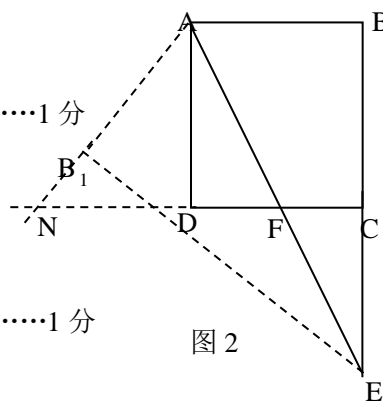


图 2

(3) 若点 E 在线段 BC 上, $y = \frac{9x}{2x+2}$, 定义域为 $x > 0$ $\cdots \cdots 2$ 分

若点 E 在边 BC 的延长线上, $y = \frac{9x-9}{2x}$, 定义域为 $x > 1$. $\cdots \cdots 2$ 分

一、选择题

(1)B; (2)D; (3)D; (4)C; (5)D; (6)C.

二、填空题:

7. $2/5$ 8. $2(x - \frac{-3 + \sqrt{65}}{4})(x - \frac{-3 - \sqrt{65}}{4})$ 9. $x=1$
10. 105 11. 4 12. 9
13. 25% 14. $\frac{b\sin\beta - a\sin\alpha}{1 - \sin\alpha}$ 15. 39
16. 6 17. -3 18. 252

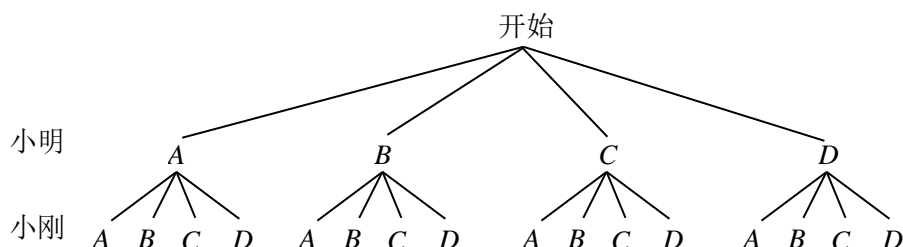
三、解答题:

19. $\sqrt{5} - 2 < 2 - \sqrt{3} < \sqrt{3} - \sqrt{2}$

20. 解: (1) 4.

(2) 用 A、B、C、D 代表四种选择方案. (其他表示方法也可)

解法一: 用树状图分析如下:



解法二: 用列表法分析如下:

		小刚			
		A	B	C	D
小明	A	(A, A)	(A, B)	(A, C)	(A, D)
	B	(B, A)	(B, B)	(B, C)	(B, D)
	C	(C, A)	(C, B)	(C, C)	(C, D)
	D	(D, A)	(D, B)	(D, C)	(D, D)

$$\therefore P(\text{小明与小刚选择同种方案}) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}.$$

【考点】概率。

21. 解：(1) 甲： x 表示 A 工程队工作的天数， y 表示 B 工程队工作的天数；

乙： x 表示 A 工程队整治河道的米数， y 表示 B 工程队整治河道的米数。

$$\text{甲: } \begin{cases} x + y = 20 \\ 12x + 8y = 180 \end{cases} \quad \text{乙: } \begin{cases} x + y = 180 \\ \frac{x}{12} + \frac{y}{8} = 20 \end{cases}$$

(2) 设 A 、 B 两工程队分别整治河道 x 米和 y 米，

$$\text{由题意得: } \begin{cases} x + y = 180 \\ \frac{x}{12} + \frac{y}{8} = 20 \end{cases}, \text{ 解方程组得: } \begin{cases} x = 60 \\ y = 120 \end{cases}$$

答： A 、 B 两工程队分别整治了 60 米和 120 米。

【考点】列方程解应用题（工程问题）。

【分析】(1) 主要分别观察第二个式子的意义，甲同学列的是 $12x + 8y = ?$ 根据 工效 \times 工时 = 工作总量公式，12, 8 分别表示 A 、 B 两工程队每天整治的工效，则 x , y 分别表示 A 、 B 两工程队工作的天数，为工时，结果是工作总量 A 、 B 两工程队共整治的 180 米的河道。乙同学列的是 $\frac{x}{12} + \frac{y}{8} = ?$ 根据 工作总量 \div 工效 = 工时公式，12, 8 分别表示 A 、 B 两工程队每天整治的工效，则 x , y 分别表示 A 、 B 两工程队的工作量，为工作总量，结果是工时 A 、 B 两工程队先后接力整治 180 米的河道完成的时间 20 天。

(2) 根据 (1) 的结果直接求解方程组。

22. 解：(1) 作图正确（需保留线段 AD 中垂线的痕迹）。

直线 BC 与 $\odot O$ 相切。理由如下：

连结 OD ， $\because OA = OD$ ， $\therefore \angle OAD = \angle ODA$ 。

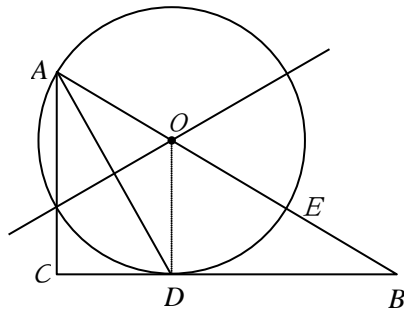
$\because AD$ 平分 $\angle BAC$ ， $\therefore \angle OAD = \angle DAC$ 。

$\therefore \angle ODA = \angle DAC$ 。

$\therefore OD \parallel AC$ 。

$\because \angle C = 90^\circ$ ， $\therefore \angle ODB = 90^\circ$ ，即 $OD \perp BC$ 。

又 \because 直线 BC 过半径 OD 的外端，



$\therefore BC$ 为 $\odot O$ 的切线.

(2) 设 $OA = OD = r$, 在 $\text{Rt}\triangle BDO$ 中, $OD^2 + BD^2 = OB^2$,

$$\therefore r^2 + (2\sqrt{3})^2 = (6-r)^2, \text{解得 } r = 2.$$

$$\therefore \tan \angle BOD = \frac{BD}{OD} = \sqrt{3}, \therefore \angle BOD = 60^\circ.$$

$$\therefore S_{\text{扇形}ODE} = \frac{60\pi \cdot 2^2}{360} = \frac{2}{3}\pi. \therefore \text{所求图形面积为 } S_{\triangle BOD} - S_{\text{扇形}ODE} = 2\sqrt{3} - \frac{2}{3}\pi.$$

【考点】 线段的中垂线, 圆与直线的关系, 勾股定理, 特殊角三角函数值, 扇形面积.

【分析】 (1) 作图步骤: 作 AD 中垂线交 AB 于 O , 以点 O 为圆心 OA 为半径画圆.

判断直线 BC 与 $\odot O$ 的位置关系, 只要比较圆心 O 到直线 BC 的距离与圆半径的大小, 从而只要证明它们相等即可, 这很易求证.

23. 解: (1) 乙, 甲, 铁块的高度为 14cm

$$(2) \text{ 设线段 } DE \text{ 的函数关系式为 } y = k_1x + b_1, \text{ 则 } \begin{cases} 6k_1 + b_1 = 0, \\ b_1 = 12, \end{cases} \therefore \begin{cases} k_1 = -2, \\ b_1 = 12. \end{cases}$$

$\therefore DE$ 的函数关系式为 $y = -2x + 12$.

$$\text{设线段 } AB \text{ 的函数关系式为 } y = k_2x + b_2, \text{ 则 } \begin{cases} 4k_2 + b_2 = 14, \\ b_2 = 12, \end{cases} \therefore \begin{cases} k_2 = 3, \\ b_2 = 2. \end{cases}$$

$\therefore AB$ 的函数关系式为 $y = 3x + 2$.

$$\text{由题意得 } \begin{cases} y = -2x + 12 \\ y = 3x + 2 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} x = 2 \\ y = 8 \end{cases}.$$

\therefore 注水 2 分钟时, 甲、乙两水槽中水的深度相同.

(3) \therefore 水由甲槽匀速注入乙槽, \therefore 乙槽前 4 分钟注入水的体积是后 2 分钟的 2 倍.

设乙槽底面积与铁块底面积之差为 S , 则 $(14-2)S = 2 \times 36 \times (19-14)$,

$$\text{解得 } S = 30\text{cm}^2. \therefore \text{铁块底面积为 } 36 - 30 = 6\text{cm}^2. \therefore \text{铁块的体积为 } 6 \times 14 = 84\text{cm}^3.$$

(4) 甲槽底面积为 60cm^2 .

【考点】 一次函数, 圆柱体体积.

【分析】 (1) 折线 ABC 表示槽中水的深度与注水时间的关系是随时间逐步加深, 体现了乙槽中水的深度与注水时间的关系; 线段 DE 表示槽中水的深度与注水时间的关系是随时间

逐步变浅,体现了甲槽中水的深度与注水时间的关系;点 B 的纵坐标表示槽中水的深度 14 厘米,实际意义是铁块的高度为 14cm。

(2) 线段 DE 与线段 AB 交点的横坐标即为所求,故求出线段 DE 与线段 AB 的函数关系式,联立求解即可。

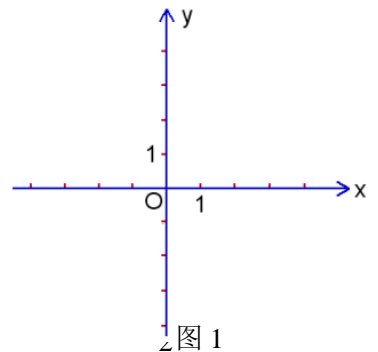
(3) 要求乙槽中铁块的体积,只要利用图上乙槽前 4 分钟注入水的体积是后 2 分钟的 2 倍这一条件,求出乙槽底面积与铁块底面积之差,再求乙槽中铁块的体积即可。

(4) \because 铁块的体积为 112cm^3 , \therefore 铁块底面积为 $112 \div 14 = 8\text{cm}^2$. 设甲槽底面积为 $s\text{cm}^2$, 则注水的速度为 $\frac{12s}{6} = 2s\text{cm}^3/\text{min}$ 由题意得 $\frac{2s \times (6-4)}{19-14} - \frac{2s \times 4}{14-2} = 8$, 解得 $s = 60$. \therefore 甲槽底面积为 60cm^2 .

24. [解] (1) 根据两点之间距离公式, 设 $M(a, \frac{3}{2}a)$, 由 $|MO| = |MA|$

$$\frac{3}{2}),$$

$$\text{即 } AM = \frac{\sqrt{13}}{2}.$$



(2) $\because A(0, 3)$, $\therefore c=3$, 将点 M 代入 $y=x^2+bx+3$, 解得: $b=-\frac{5}{2}$

(3) $C(2, 2)$ (根据以 AC 、 BD 为对角线的菱形)。注意: A 、 B 、 C 、 D 是按顺序的。

[解] 设 $B(0, m)$ ($m < 3$), $C(n, n^2 - \frac{5}{2}n + 3)$, $D(n, \frac{3}{4}n + 3)$,

$$|AB| = 3 - m, \quad |DC| = y_D - y_C = \frac{3}{4}n + 3 - (n^2 - \frac{5}{2}n + 3) = \frac{13}{4}n - n^2,$$

$$|AD| = \sqrt{(n-0)^2 - (\frac{3}{4}n + 3 - 3)^2} = \frac{5}{4}n,$$

$$|AB| = |DC| \Rightarrow 3 - m = \frac{13}{4}n - n^2, \quad |AB| = |AD| \Rightarrow 3 - m = \frac{5}{4}n.$$

所以 $n_1=0$ (舍去), 或者 $n_2=2$, 将 $n=2$ 代入 $C(n, n^2 - \frac{5}{2}n + 3)$, 得 $C(2, 2)$ 。

25. 解: (1) $\triangle PBM \sim \triangle QNM$. 理由如下: 如图 1,

$$\because MQ \perp MP, \quad MN \perp BC, \quad \therefore \angle PMB + \angle PMN = 90^\circ, \quad \angle QMN + \angle PMN = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle PMB = \angle QMN.$$

$$\because \angle PBM + \angle C = 90^\circ, \angle QNM + \angle C = 90^\circ, \therefore \angle PBM = \angle QNM.$$

$$\therefore \triangle PBM \sim \triangle QNM.$$

$$(2) \because \angle BAC = 90^\circ, \angle ABC = 60^\circ, \therefore BC = 2AB = 8\sqrt{3} \text{ cm}.$$

$$\text{又} \because MN \text{ 垂直平分 } BC, \therefore BM = CM = 4\sqrt{3} \text{ cm}.$$

$$\because \angle C = 30^\circ, \therefore MN = \frac{\sqrt{3}}{3} CM = 4 \text{ cm}.$$

① 设 Q 点的运动速度为 v cm/s.

如图 1, 当 $0 < t < 4$ 时, 由 (1) 知 $\triangle PBM \sim \triangle QNM$.

$$\therefore \frac{NQ}{BP} = \frac{MN}{MB}, \text{ 即 } \frac{vt}{\sqrt{3}t} = \frac{4}{\sqrt{3}}, \therefore v = 1.$$

如图 2, 易知当 $t \geq 4$ 时, $v = 1$.

综上所述, Q 点运动速度为 1 cm/s.

$$\textcircled{2} \because AN = AC - NC = 12 - 8 = 4 \text{ cm},$$

$$\therefore \text{如图 1, 当 } 0 < t < 4 \text{ 时, } AP = 4\sqrt{3} - \sqrt{3}t, AQ = 4 + t.$$

$$\therefore S = \frac{1}{2} AP \cdot AQ = \frac{1}{2} (4\sqrt{3} - \sqrt{3}t)(4 + t) = -\frac{\sqrt{3}}{2} t^2 + 8\sqrt{3}.$$

$$\text{如图 2, 当 } t \geq 4 \text{ 时, } AP = \sqrt{3}t - 4\sqrt{3}, AQ = 4 + t,$$

$$\therefore S = \frac{1}{2} AP \cdot AQ = \frac{1}{2} (\sqrt{3}t - 4\sqrt{3})(4 + t) = \frac{\sqrt{3}}{2} t^2 - 8\sqrt{3}.$$

$$\text{综上所述, } S = \begin{cases} -\frac{\sqrt{3}}{2} t^2 + 8\sqrt{3} & (0 < t < 4) \\ \frac{\sqrt{3}}{2} t^2 - 8\sqrt{3} & (t \geq 4) \end{cases}$$

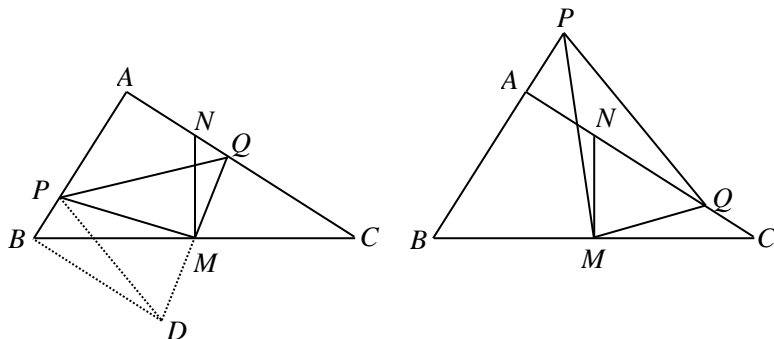


图 2 (备用图)

$$(3) PQ^2 = BP^2 + CQ^2.$$

理由如下:

如图1, 延长 QM 至 D , 使 $MD = MQ$, 连结 BD 、 PD .

$\because BC$ 、 DQ 互相平分, \therefore 四边形 $BDCQ$ 是平行四边形, $\therefore BD \parallel CQ$.

$\because \angle BAC = 90^\circ$, $\therefore \angle PBD = 90^\circ$, $\therefore PD^2 = BP^2 + BD^2 = BP^2 + CQ^2$.

$\because PM$ 垂直平分 DQ , $\therefore PQ = PD$. $\therefore PQ^2 = BP^2 + CQ^2$

【考点】相似三角形的判定。

【分析】(1) 由 $\angle PMB$ 和 $\angle QMN$ 都 $\angle PMN$ 互余 得到 $\angle PMB = \angle QMN$

由 $\angle PBM$ 和 $\angle QNM$ 都与 $\angle C$ 互余得到 $\angle PBM = \angle QNM$

从而 $\triangle PBM \sim \triangle QNM$.

(2) ①由于 $\angle ABC = 60^\circ$, $AB = 4\sqrt{3}$ 厘米, 点 P 从点 B 出发沿射线 BA 以每秒 $\sqrt{3}$ 厘米的速度运动, 故点 P 从点 B 出发沿射线 BA 到达点 A 的时间为 4 秒, 从而应分两种情况 $0 < t < 4$ 和 $t \geq 4$ 分别讨论。②分两种情况 $0 < t < 4$ 和 $t \geq 4$, 把 AP 和 BP 分别用 t 表示, 求出面积即可。

(3) 要探求 BP^2 、 PQ^2 、 CQ^2 三者之间的数量关系就要把 BP 、 PQ 、 CQ 放到一个三角形中, 故作辅助线延长 QM 至 D , 使 $MD = MQ$, 连结 BD 、 PD 得到 $PQ = PD$, $BD = CQ$, 从而在 $Rt\triangle PBD$ 中, $PD^2 = BP^2 + BD^2 = BP^2 + CQ^2$

初三数学必胜卷 (6)

一、选择题:

(1)C; (2)C; (3)D; (4)B; (5)D; (6)B.

二、填空题

7、 $\frac{2}{5}$;

8、 ± 1

9、 $3(x-3)(x+3)$

10、 $\frac{3}{10}$

11、32 12、3 13、7 14、 $\frac{9}{20}$

15、 \overrightarrow{AC} 16、4.9 17、9 18、4.

三、解答题：

19、 $\frac{a^2 + 2a}{a + 1} = \frac{8}{3}$ (a 只能取 2)

20、(1) 在这次调查活动中，一共调查了 100 名学生；

(2) “足球”所在扇形的圆心角是 108 度；

(3) 补全折线统计图。(图略)

考点：折线统计图；扇形统计图。

专题：数形结合。

分析：(1) 读图可知喜欢乒乓球的有 40 人，占 40%。所以一共调查了 $40 \div 40\% = 100$ 人；

(2) 喜欢其他的 10 人，应占 $\frac{10}{100} \times 100\% = 10\%$ ，喜欢足球的应占统计图的 $1 - 20\% - 40\% -$

$10\% = 30\%$ ，所占的圆心角为 $360^\circ \times 20\% = 108$ 度；

(3) 进一步计算出喜欢足球的人数： $30\% \times 100 = 30$ (人)，喜欢蓝的人数： $20\% \times 100 = 20$ (人)。可作出折线图。

解答：解：(1) $40 \div 40\% = 100$ (人)。(1 分)

(2) $\frac{10}{100} \times 100\% = 10\%$ ，(2 分)

$1 - 20\% - 40\% - 30\% = 30\%$ ，

$360^\circ \times 30\% = 108$ 度。(3 分)

(3) 喜欢篮球的人数： $20\% \times 100 = 20$ (人)，(4 分)

喜欢足球的人数： $30\% \times 100 = 30$ (人)。(5 分)

点评：本题考查学生的读图能力以及频率、频数的计算。利用统计图获取信息时，必须认真观察、分析、研究统计图，才能作出正确的判断和解决问题。

21、考点：一元二次方程的应用；二元一次方程组的应用；一元一次不等式的应用。

专题：销售问题。

分析：(1) 根据表中的数据代入后， $y_2 = at^2 + bt$ ，得到关于 a，b 的二元一次方程，从而可求出解。

(2) 设干果用 n 天卖完，根据两个关系式和干果共有 1140 千克可列方程求解。然后用售价 - 进价，得到利润。

(3) 设第 m 天乙级干果每天的销量比甲级干果每天的销量至少多 6 千克，从而可列出不等式求解。

解答：解：（1）根据表中的数据可得
$$\begin{cases} 21 = a + b \\ 44 = 4a + 2b \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = 20 \end{cases}$$

（2）甲级干果和乙级干果 n 天售完这批货.

$$-n^2 + 4n + n^2 + 20n = 1140$$

$$n = 19,$$

$$\text{当 } n = 19 \text{ 时, } y_1 = 399, y_2 = 741,$$

$$\text{毛利润} = 399 \times 8 + 741 \times 6 - 1140 \times 6 = 798 \text{ (元)}.$$

（3）设第 m 天甲级干果的销售量为 y_m ， $y_m - y_{m-1} = -2m + 19$. 甲级干果的销售量为 $(-2m + 41)$

$$(2m + 19) - (-2m + 41) \geq 6$$

$$n \geq 7$$

第 7 天起乙级干果每天的销量比甲级干果每天的销量至少多 6 千克.

点评：本题考查理解题意的能力，关键是根据表格代入数列出二元一次方程组求出 a 和 b ，确定函数式，然后根据等量关系和不等量关系分别列方程和不等式求解.

23、解：（1）证明：延长 EB 到 G ，使 $BG = DF$ ，联结 AG .

$$\because \angle ABG = \angle ABC = \angle D = 90^\circ, AB = AD,$$

$$\therefore \triangle ABG \cong \triangle ADF.$$

$$\therefore AG = AF, \angle 1 = \angle 2.$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 3 = \angle 2 + \angle 3 = \angle EAF = \frac{1}{2} \angle BAD.$$

$$\therefore \angle GAE = \angle EAF.$$

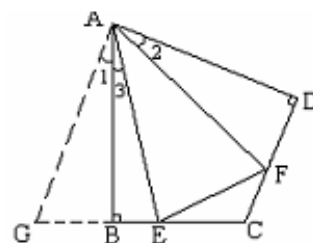
$$\text{又 } AE = AE,$$

$$\therefore \triangle AEG \cong \triangle AEF.$$

$$\therefore EG = EF.$$

$$\therefore EG = BE + BG.$$

$$\therefore EF = BE + FD$$



（2）（1）中的结论 $EF = BE + FD$ 仍然成立.

（3）结论 $EF = BE + FD$ 不成立，应当是 $EF = BE - FD$.

证明：在 BE 上截取 BG ，使 $BG = DF$ ，连接 AG .

$$\because \angle B + \angle ADC = 180^\circ, \angle ADF + \angle ADC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle B = \angle ADF.$$

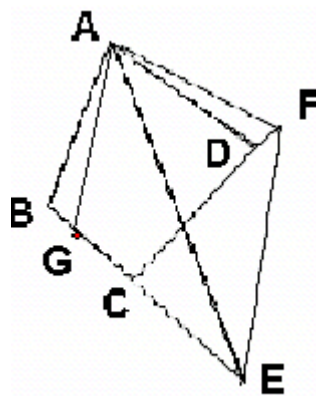
$$\because AB = AD,$$

$$\therefore \triangle ABG \cong \triangle ADF.$$

$$\therefore \angle BAG = \angle DAF, AG = AF.$$

$$\therefore \angle BAG + \angle EAD = \angle DAF + \angle EAD$$

$$= \angle EAF = \frac{1}{2} \angle BAD.$$



$$\therefore \angle GAE = \angle EAF.$$

$$\because AE = AE,$$

$$\therefore \triangle AEG \cong \triangle AEF.$$

$$\therefore EG = EF$$

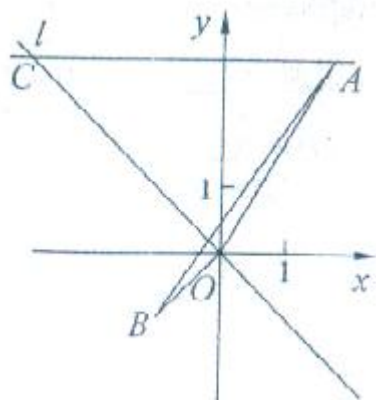
$$\because EG = BE - BG$$

$$\therefore EF = BE - FD.$$

24、

(1) C 点的坐标为 $(-3, 3)$;

(2) ① $\angle \alpha$ 90° ; ② 画出 $\triangle A'OB'$.



考点：作图-旋转变换；一次函数的性质；相似三角形的判定与性质。

专题：作图题。

分析：(1) 直线 AC 与直线 l 交于点 C，可知 A、C 两点纵坐标相等，直线 l 解析式为 $y = -x$ ，可知 C 点横、纵坐标互为相反数，可求 C 点坐标；

(2) 已知 B $(-1, -1)$ 可知 OB 为第三象限角平分线，又直线 l 为二、四象限角平分线，故旋转角为 90° ，依题意画出 $\triangle A'OB'$ 即可；

(3) 根据 A 点坐标可知 OA 与 x 轴正半轴夹角为 60° ，可知 $\angle AOB = 165^\circ$ ，根据对应关系，则 $\angle DOC = 165^\circ$ ，故 OD 在第四象限，与 x 轴正半轴夹角为 30° 或与 y 轴负半轴夹角为 30° ，

根据 A、B、C 三点坐标求 OA、OB、OC，利用 $\frac{OD}{OA} = \frac{OC}{OB}$ 求 OD，再确定 D 点坐标。

解答：解：(1) \because 直线 AC 与直线 l 交于点 C，

\therefore C 两点纵坐标为 3，代入直线 $y = -x$ 中，得 C 点横坐标为 -3，

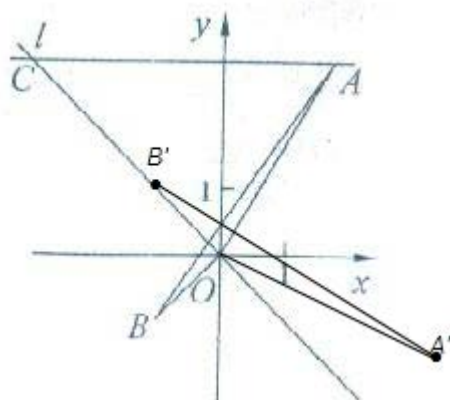
$\therefore C(-3, 3)$ ；

(2) 由 B $(-1, -1)$ 可知，OB 为第三象限角平分线，

又直线 l 为二、四象限角平分线，

\therefore 旋转角为 $\angle \alpha = \angle BOB' = 90^\circ$ ， $\triangle A'OB'$ 如图所示；

(3) D 点坐标为 $(9, -3\sqrt{3})$ ， $(3\sqrt{3}, -9)$ 。



点评：本题考查了旋转变换的作图，一次函数图象的性质，相似三角形的判定与性质．关键是根据点的坐标，直线解析式的特点求相关线段的长，角的度数，利用形数结合求解．

25、考点：一次函数综合题；切线的性质；相似三角形的判定与性质。

专题：几何动点问题；分类讨论。

分析：（1）根据一次函数图象与坐标轴的交点求法，分别求出坐标即可；

（2）根据相似三角形的判定得出 $\triangle APQ \sim \triangle AOB$ ，以及当 $\odot Q$ 在 y 轴右侧与 y 轴相切时，当 $\odot Q$ 在 y 轴的左侧与 y 轴相切时，分别分析得出答案．

解答：解：（1） \because 一次函数 $y = \frac{3}{4}x + 3$

的图象是直线 l_1 ， l_1 与 x 轴、 y 轴分别相交于 A 、 B 两点，

$\therefore y=0$ 时， $x=-4$ ，

$\therefore A(-4, 0)$ ， $AO=4$ ，

\because 图象与 y 轴交点坐标为： $(0, 3)$ ， $BO=3$ ，

$\therefore AB=5$ ；

（2）由题意得： $AP=4t$ ， $AQ=5t$ ， $\frac{AP}{AO} = \frac{AQ}{BO} = t$ ，

又 $\angle PAQ = \angle OAB$ ，

$\therefore \triangle APQ \sim \triangle AOB$ ，

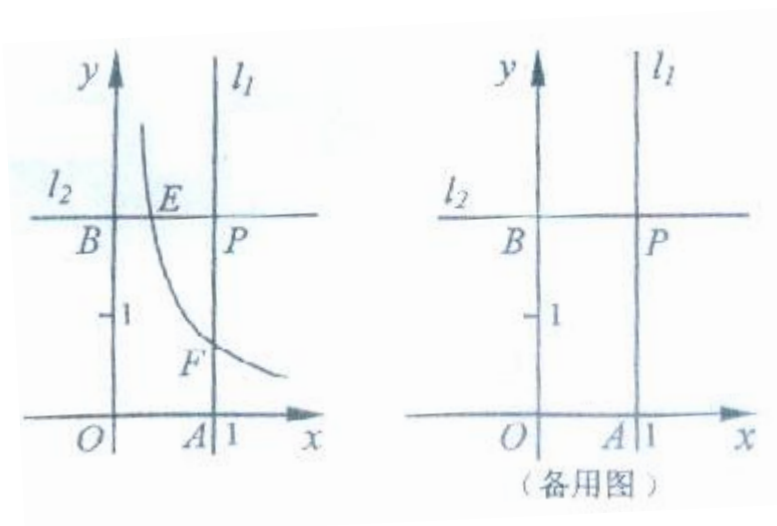
$\therefore \angle APQ = \angle AOB = 90^\circ$ ，

\because 点 P 在 l_1 上，

$\therefore \odot Q$ 在运动过程中保持与 l_1 相切，

①当 $\odot Q$ 在 y 轴右侧与 y 轴相切时，设 l_2 与 $\odot Q$ 相切于 F ，由 $\triangle APQ \sim \triangle AOB$ ，得：

$$\therefore \frac{PQ}{3} = \frac{4+PQ}{5},$$



$$\therefore PQ=6;$$

连接 QF, 则 $QF=PQ$, 由 $\triangle QFC \sim \triangle APQ \sim \triangle AOB$,

$$\text{得: } \frac{QF}{AO} = \frac{QC}{AB},$$

$$\therefore \frac{PQ}{AO} = \frac{QC}{AB},$$

$$\therefore \frac{6}{4} = \frac{QC}{5},$$

$$\therefore QC = \frac{15}{2},$$

$$\therefore a = OQ + QC = \frac{27}{2},$$

②当 $\odot Q$ 在 y 轴的左侧与 y 轴相切时, 设 l_2 与 $\odot Q$ 相切于 E, 由 $\triangle APQ \sim \triangle AOB$ 得:

$$\frac{PQ}{3} = \frac{4 - PQ}{5},$$

$$\therefore PQ = \frac{3}{2},$$

连接 QE, 则 $QE=PQ$, 由 $\triangle QEC \sim \triangle APQ \sim \triangle AOB$ 得: $\frac{QE}{OA} = \frac{QC}{AB}$,

$$\therefore \frac{PQ}{AO} = \frac{QC}{AB}, \frac{\frac{3}{2}}{4} = \frac{QC}{5},$$

$$\therefore QC = \frac{15}{8}, a = QC - OQ = \frac{3}{8},$$

$$\therefore a \text{ 的值为 } \frac{27}{2} \text{ 和 } \frac{3}{8},$$

点评: 此题主要考查了切线的性质以及相似三角形的判定与性质, 利用数形结合进行分析注意分类讨论才能得出正确答案.

25、在平面直角坐标系 XOY 中, 直线 l_1 过点 A (1, 0) 且与 y 轴平行, 直线 l_2 过点 B (0,

2) 且与 x 轴平行, 直线 l_1 与直线 l_2 相交于点 P. 点 E 为直线 l_2 上一点, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$

($k > 0$) 的图象过点 E 与直线 l_1 相交于点 F.

(1) 若点 E 与点 P 重合, 求 k 的值;

(2) 连接 OE、OF、EF. 若 $k > 2$, 且 $\triangle OEF$ 的面积为 $\triangle PEF$ 的面积 2 倍, 求 E 点的坐标;

(3) 是否存在点 E 及 y 轴上的点 M, 使得以点 M、E、F 为顶点的三角形与 $\triangle PEF$ 全等? 若存在, 求 E 点坐标; 若不存在, 请说明理由.

考点: 相似三角形的判定与性质; 反比例函数综合题; 全等三角形的判定与性质; 勾股定理.

专题: 分类讨论.

分析: (1) 根据反比例函数中 $k=xy$ 进行解答即可;

(2) 当 $k > 2$ 时, 点 E、F 分别在 P 点的右侧和上方, 过 E 作 x 轴的垂线 EC, 垂足为 C, 过 F 作 y 轴的垂线 FD, 垂足为 D, EC 和 FD 相交于点 G, 则四边形 OCGD 为矩形, 再求

出 $S_{\triangle PFE} = \frac{1}{4}k^2 - k + 1$, 根据 $S_{\triangle OEF} = S_{\text{矩形 OCGD}} - S_{\triangle DOF} - S_{\triangle EGD} - S_{\triangle OCE}$ 即可求出 k 的值, 进

而求出 E 点坐标;

(3) ①当 $k < 2$ 时, 只可能是 $\triangle MEF \cong \triangle PEF$, 作 FH 轴于 H, 由 $\triangle FHM \sim \triangle MBE$ 可求出 BM 的值, 再在 Rt $\triangle MBE$ 中勾股定理得, $EM^2 = EB^2 + MB^2$, 求出 k 的值, 进而可得出 E 点坐标;

②当 $k > 2$ 时, 只可能是 $\triangle MFE \cong \triangle PEF$, 作 FQ 轴于 Q, $\triangle FQM \sim \triangle MBE$ 得, $\frac{BM}{FQ} = \frac{EM}{FM}$,

可求出 BM 的值, 再在 Rt $\triangle MBE$ 中勾股定理得, $EM^2 = EB^2 + MB^2$, 求出 k 的值, 进而可得出 E 点坐标.

解答: 解: (1) 若点 E 与点 D 重合, 则 $k = 1 \times 2 = 2$;

(2) 当 $k > 2$ 时, 如图 1, 点 E、F 分别在 P 点的右侧和上方, 过 E 作 x 轴的垂线 EC, 垂足为 C, 过 F 作 y 轴的垂线 FD, 垂足为 D, EC 和 FD 相交于点 G, 则四边形 OCGD 为矩形,

$\therefore PF \perp PE$,

$$\therefore S_{\triangle PFE} = \frac{1}{2}PE \cdot PF = \frac{1}{2} \left(\frac{k}{2} - 1 \right) (k - 2) = \frac{1}{4}k^2 - k + 1,$$

\therefore 四边形 PFGE 是矩形,

$\therefore S_{\triangle PFE} = S_{\triangle GEF}$,

$$\therefore S_{\triangle OEF} = S_{\text{矩形 OCGD}} - S_{\triangle DOF} - S_{\triangle EGD} - S_{\triangle OCE} = \frac{k}{2} \cdot k - \left(\frac{1}{4}k^2 - k + 1 \right) - k = \frac{1}{4}k^2 - 1$$

$\therefore S_{\triangle OEF} = 2S_{\triangle PEF}$,

$$\therefore \frac{1}{4}k^2 - 1 = 2 \left(\frac{1}{4}k^2 - k + 1 \right),$$

解得 $k = 6$ 或 $k = 2$,

$\therefore k = 2$ 时, E、F 重合,

$\therefore k = 6$,

②当 $k > 2$ 时, 如图 3, 只可能是 $\triangle MFE \cong \triangle PEF$, 作 $FQ \perp$ 轴于 Q , $\triangle FQM \cong \triangle MBE$ 得,

$$\frac{BM}{FQ} = \frac{EM}{FM},$$

$$\because FQ=1, EM=PF=k-2, FM=PE=\frac{k}{2}-1,$$

$$\therefore \frac{BM}{1} = \frac{k-2}{\frac{k}{2}-1}, \quad BM=2,$$

在 Rt $\triangle MBE$ 中，由勾股定理得， $EM^2 = EB^2 + MB^2$,

$$\therefore (k-2)^2 = \left(\frac{k}{2}\right)^2 + 2^2, \text{ 解得 } k = \frac{16}{3} \text{ 或 } 0, \text{ 但 } k=0 \text{ 不符合题意,}$$

$$\therefore k = \frac{16}{3}.$$

此时 E 点坐标为 $\left(\frac{8}{3}, 2\right)$,

\therefore 符合条件的 E 点坐标为 $\left(\frac{3}{8}, 2\right)$ $\left(\frac{8}{3}, 2\right)$.

初三数学必胜卷 (7)

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

1. B; 2. D; 3. A; 4. B; 5. C; 6. A.

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. ± 3 ; 8. $(x^2+5)(x+\sqrt{5})(x-\sqrt{5})$; 9. $\frac{1}{x(x+1)}$; 10. $x \leq 2$; 11. -6 ; 12. $y = \frac{1}{2}x - 2$;

13. $\frac{1}{3}$; 14. 4 (所填答案满足 $a \geq 4$ 即可); 15. $-\vec{a} - \vec{b}$; 16. $AB = CD$ (或 $AD \parallel BC$ 等);

17. $\frac{m+2}{45}$; 18. $3 < r \leq 4$ 或 $r = \frac{12}{5}$.

三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. 解: 原式 $= 2\sqrt{3} - (2 - \sqrt{3}) - 6 \times \frac{1}{3}$ (6分)

$= 2\sqrt{3} - 2 + \sqrt{3} - 2$ (2分)

$= -4 + 3\sqrt{3}$ (2分)

20. 解: 由②得 $y = 2x - 1$. ③ (1分)

把③代入①, 得 $3x^2 - (2x - 1)^2 - (2x - 1) + 3 = 0$.

整理后, 得 $x^2 - 2x - 3 = 0$ (2分)

解得 $x_1 = -1, x_2 = 3$ (2分)

把 $x_1 = -1$ 代入③, 得 $y_1 = -3$ (2分)

把 $x_2 = 3$ 代入③, 得 $y_2 = 5$ (2分)

所以, 原方程组的解是 $\begin{cases} x_1 = -1, \\ y_1 = -3, \end{cases} \begin{cases} x_2 = 3, \\ y_2 = 5. \end{cases}$ (1分)

21. 解: (1) 过点 D 作 $DH \perp BC$, 垂足为点 H .

在 Rt $\triangle CDH$ 中, 由 $\angle CHD = 90^\circ$, $CD = 5$, $\cos C = \frac{4}{5}$,

得 $CH = CD \cdot \cos C = 5 \times \frac{4}{5} = 4$ (1分)

\because 对角线 BD 平分 $\angle ABC$, $\therefore \angle ABD = \angle CBD$ (1分)

$\because AD \parallel BC$, $\therefore \angle ADB = \angle DBC$.

$\therefore \angle ABD = \angle ADB$. 即得 $AD = AB = 5$ (2分)

于是, 由等腰梯形 $ABCD$, 可知 $BC = AD + 2CH = 13$ (1分)

(2) $\because AE \perp BD$, $DH \perp BC$, $\therefore \angle BHD = \angle AED = 90^\circ$.

$\because \angle ADB = \angle DBC$, $\therefore \angle DAE = \angle BDH$ (1分)

在 Rt $\triangle CDH$ 中, $DH = \sqrt{CD^2 - CH^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$ (1分)

在 Rt $\triangle BDH$ 中, $BH = BC - CH = 13 - 4 = 9$ (1分)

$\therefore \cot \angle BDH = \frac{DH}{BH} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ (1分)

$\therefore \cot \angle DAE = \cot \angle BDH = \frac{1}{3}$ (1分)

22. 解: (1) 根据题意, 得 $y = -\frac{2}{5}x + 200$ (4分)

(2) 根据题意, 得 $(180 + x)(-\frac{2}{5}x + 200) = 38400$ (2分)

整理后, 得 $x^2 - 320x + 6000 = 0$.

解得 $x_1 = 20, x_2 = 300$ (2分)

当 $x = 20$ 时, $x + 180 = 200$ (元).

当 $x = 300$ 时, $x + 180 = 480$ (元). (1分)

答: 这天的每间客房的价格是 200 元或 480 元. (1分)

23. 证明: (1) $\because AD = CD$, 点 E 是边 AC 的中点, $\therefore DE \perp AC$ (1 分)
即得 DE 是线段 AC 的垂直平分线.

$$\therefore AF = CF.$$

$$\therefore \angle FAC = \angle ACB. \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 由 $\angle BAC = 90^\circ$,

$$\text{得 } \angle B + \angle ACB = 90^\circ, \angle FAC + \angle BAF = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle B = \angle BAF.$$

$$\therefore AF = BF. \dots\dots\dots (3 \text{ 分})$$

(2) $\because AG \parallel CF$, $\therefore \angle AGE = \angle CFE$ (1 分)

又 \because 点 E 是边 AC 的中点, $\therefore AE = CE$.

在 $\triangle AEG$ 和 $\triangle CEF$ 中,

$$\because \angle AGE = \angle CFE, \angle AEG = \angle CEF, AE = CE,$$

$$\therefore \triangle AEG \cong \triangle CEF.$$

$$\therefore AG = CF. \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$$

又 $\because AG \parallel CF$, \therefore 四边形 $AFCG$ 是平行四边形. (1 分)

$\because AF = CF$, \therefore 四边形 $AFCG$ 是菱形. (1 分)

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 由 $AF = CF$, $AF = BF$, 得 $BF = CF$.

即得点 F 是边 BC 的中点.

又 $\because AB = AC$, $\therefore AF \perp BC$. 即得 $\angle AFC = 90^\circ$.

\therefore 四边形 $AFCG$ 是正方形. (2 分)

24. 解: (1) $\because \angle OAB = 90^\circ$, $\angle BOA = 30^\circ$, $OB = 4$,

$$\therefore OA = OB \cdot \cos 30^\circ = 2\sqrt{3}.$$

$$\therefore A(2\sqrt{3}, 0). \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

\because 二次函数 $y = -x^2 + bx$ 的图像经过点 A ,

$$\therefore -(2\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{3}b = 0.$$

$$\text{解得 } b = 2\sqrt{3}.$$

$$\therefore \text{二次函数的解析式为 } y = -x^2 + 2\sqrt{3}x. \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$$

顶点 C 的坐标是 $(\sqrt{3}, 3)$ (1 分)

(2) $\because \angle OAB = 90^\circ$, $\angle BOA = 30^\circ$, $OB = 4$,

$$\therefore AB = 2. \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

由 DE 是二次函数 $y = -x^2 + 2\sqrt{3}x$ 的图像的对称轴,

可知 $DE \parallel AB$, $OE = AE$.

$$\therefore \frac{DE}{AB} = \frac{OE}{OA} = \frac{1}{2}. \text{ 即得 } DE = 1. \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\text{又 } \because C(\sqrt{3}, 3), \therefore CE = 3.$$

$$\text{即得 } CD = 2. \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\therefore \frac{DE}{DC} = \frac{1}{2}. \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

(3) 根据题意, 可设 $P(\sqrt{3}, n)$.

$$\because OE = \frac{1}{2}OA = \sqrt{3}, CE = 3,$$

$$\therefore S_{\triangle OCE} = \frac{1}{2}OE \cdot CE = \frac{3}{2}\sqrt{3}. \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\therefore S_{\triangle POA} = \frac{1}{2}OA \cdot PE = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3}|n| = \frac{3\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{解得 } n = \pm \frac{3}{2}. \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$\therefore \text{点 } P \text{ 的坐标为 } P_1(\sqrt{3}, \frac{3}{2}), P_2(\sqrt{3}, -\frac{3}{2}). \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$$

25. 解: (1) $\because \triangle ABC$ 为等边三角形, $\therefore AB = AC = 4\sqrt{3}, \angle B = 60^\circ. \dots\dots (1 \text{ 分})$

又 $\because AB = 4\sqrt{3}, AH \perp BC,$

$$\therefore AH = AB \cdot \sin \angle B = 4\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6. \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

即得 $PH = AH - AP = 6 - x = 3.$

在 $\text{Rt}\triangle PHD$ 中, $HD = 2,$

利用勾股定理, 得 $PD = \sqrt{PH^2 + DH^2} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}.$

\therefore 当 $x = 3$ 时, $\odot P$ 的半径长为 $\sqrt{13}. \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$

(2) 过点 P 作 $PM \perp EF$, 垂足为点 M , 联结 PE .

在 $\text{Rt}\triangle PHD$ 中, $HD = 2, PH = 6 - x.$

利用勾股定理, 得 $PD = \sqrt{PH^2 + DH^2} = \sqrt{(6-x)^2 + 4}. \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$

$\because \triangle ABC$ 为等边三角形, $AH \perp BC,$

$\therefore \angle BAH = 30^\circ.$ 即得 $PM = \frac{1}{2}AP = \frac{1}{2}x. \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$

在 $\odot P$ 中, $PE = PD.$

$\because PM \perp EF, P$ 为圆心,

$$\therefore EM = \frac{1}{2}EF = \frac{1}{2}y. \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

于是, 在 $\text{Rt}\triangle PEM$ 中, 由勾股定理得 $PM^2 + EM^2 = PE^2.$

$$\text{即得 } \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{4}y^2 = (6-x)^2 + 4.$$

\therefore 所求函数的解析式为 $y = \sqrt{3x^2 - 48x + 160},$

定义域为 $\frac{10}{3} \leq x < \frac{24-4\sqrt{6}}{3}. \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$

(3) $x_1 = 6 - 2\sqrt{3}, \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$

$$x_2 = 6 - \frac{2\sqrt{3}}{3}, \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$x_3 = 6 + \frac{2\sqrt{3}}{3}, \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

$$x_4 = 6 + 2\sqrt{3}. \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

说明：本小题共有四个正确答案，满分为 5 分．仅写出一个正确答案或写出的几个答案中仅有一个正确答案，得 2 分；如果写出的答案数超过四个，扣 1 分．